数値計算・講義資料 —共役勾配法—

（担当）緒方秀教　(e-mail)ogata@im.uec.ac.jp

2016 年 11 月 8 日（火）

連立一次方程式（$n = 20$ 次元）

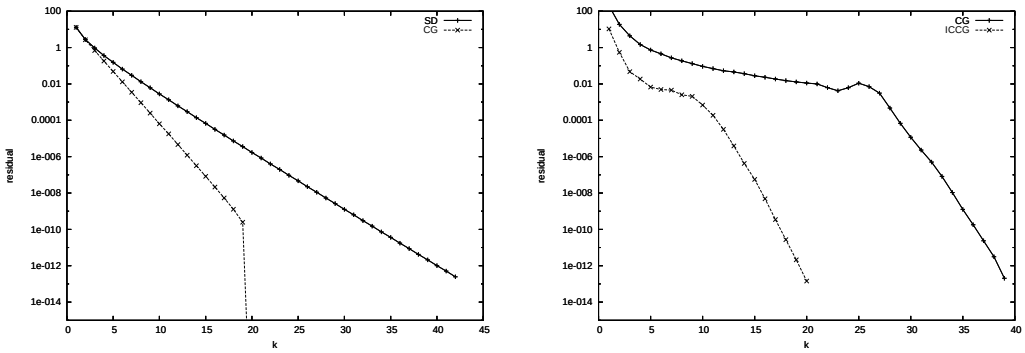
$$A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}, \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & & & \\ 1 & 4 & 1 & & \\ & 1 & 4 & 1 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & 1 & 4 \end{pmatrix} \tag{1}$$

に対して最急降下法，共役勾配法を適用したときの残差 $\|\boldsymbol{r}_k\|$ の変化を図 1(a) に示す.

連立一次方程式（$n = 50$ 次元）

$$A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}, \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 0 & 1 & & & & & & \\ 1 & 8 & 1 & 0 & 1 & & & & & \\ 0 & 1 & 8 & 1 & 0 & 1 & & & & \\ 1 & 0 & 1 & 8 & 1 & 0 & 1 & & & \\ & 1 & 0 & 1 & 8 & 1 & 0 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & 0 & 1 & 8 & 1 & 0 & 1 \\ & & & & 1 & 0 & 1 & 8 & 1 & 0 \\ & & & & & 1 & 0 & 1 & 8 & 1 \\ & & & & & & 1 & 0 & 1 & 8 \end{pmatrix} \tag{2}$$

に対して前処理なし共役勾配法，ICCG 法を適用したときの残差 $\|\boldsymbol{r}_k\|$ の変化を図 1(b) に示す.



(a)　　(b)

図 1: (a) 連立一次方程式 (1) に最急降下法 (SD)，共役勾配法 (CG) を適用したときの残差 $\|\boldsymbol{r}_k\|$ の変化．(b) 連立一次方程式 (2) に前処理なし共役勾配法 (CG)，ICCG 法 (ICCG) を適用したときの残差 $\|\boldsymbol{r}_k\|$ の変化.