

## 解析学・講義資料

(担当) 緒方秀教 ogata@im.uec.ac.jp

2017年10月2日(月)

$n$  次多項式  $f(x)$  は次の形に表される.

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n.$$

一般の関数  $f(x)$  は次の無限級数に展開される (Taylor 級数展開).

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \cdots.$$

例  $f(x) = \sin x$ .

$$f(x) = \sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}x^{2n+1} = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \cdots + \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}x^{2n+1} + \cdots.$$

部分和

$$f_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{(2k+1)!}x^{2k+1} = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \cdots + \frac{(-1)^{2n+1}}{(2n+1)!}x^{2n+1}.$$

$f_n(x)$  は元の関数  $f(x) = \sin x$  を近似している (図1).

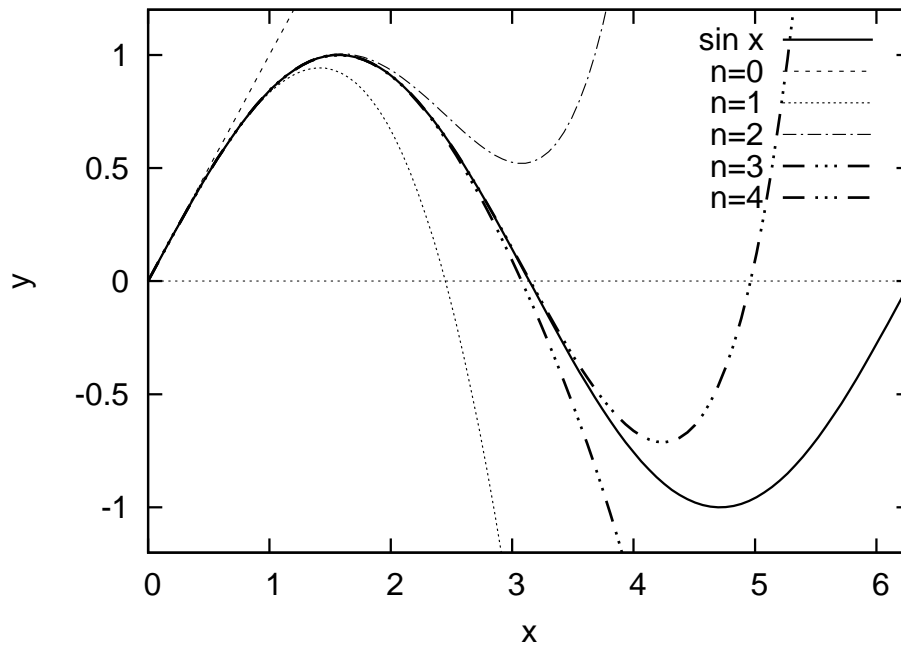


図1: 関数  $f(x) = \sin x$  とその Taylor 級数展開の部分 and  $f_n(x)$ .