

数値計算・講義資料 —連立一次方程式に対するLU分解, 行列の条件数—

(担当) 緒方秀教 (e-mail)ogata@im.uec.ac.jp

2017年10月24日(火)

連立一次方程式

$$Ax = \mathbf{b}, \quad \mathbf{b} = A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ n \end{pmatrix}$$

を部分的枢軸選択つきLU分解法で解き, 同時に係数行列 A の条件数を名取・塚本の方法で推定した. 係数行列は,

$$\text{三重対角行列 } A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 4 & 1 & \cdots & 0 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & 1 & 4 & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \text{Hilbert 行列 } A = \left(\frac{1}{i+j-1} \right)$$

の2通りとった. 次元数は $n = 10$ とした.

Example 1: tridiagonal matrix

solution

```
1.0000000000000000e+000 2.0000000000000000e+000
3.0000000000000000e+000 4.0000000000000001e+000
5.0000000000000000e+000 6.0000000000000000e+000
6.9999999999999999e+000 8.0000000000000000e+000
9.0000000000000000e+000 9.9999999999999998e+000
```

1-norm of A: 6.00e+000

cond. number: 2.99e+000

Example 2: Hilbert matrix

solution

```
1.000000001151211e+000 1.99999888902843e+000
3.000002553571799e+000 3.999975459162863e+000
5.000122109132023e+000 5.999652989437041e+000
7.000584773476244e+000 7.999422317164838e+000
9.000308908317145e+000 9.99930998234854e+000
```

1-norm of A: 2.93e+000

cond. number: 3.54e+013