

数値計算・講義資料 — 共役勾配法 —

(担当) 緒方秀教 (e-mail)ogata@im.uec.ac.jp

2017年10月31日 (火)

連立一次方程式 ($n = 20$ 次元)

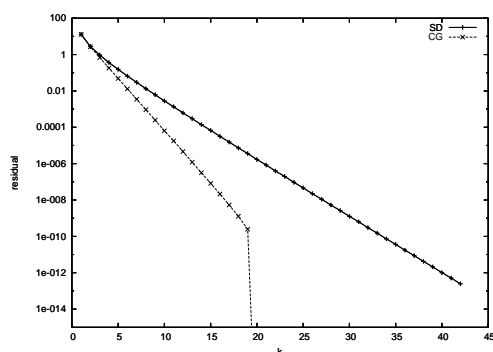
$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & & & & \\ 1 & 4 & 1 & & & \\ & 1 & 4 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & 4 & \\ & & & & & \ddots \end{pmatrix} \quad (1)$$

に対して最急降下法, 共役勾配法を適用したときの残差 $\|\mathbf{r}_k\|$ の変化を図 1(a) に示す.

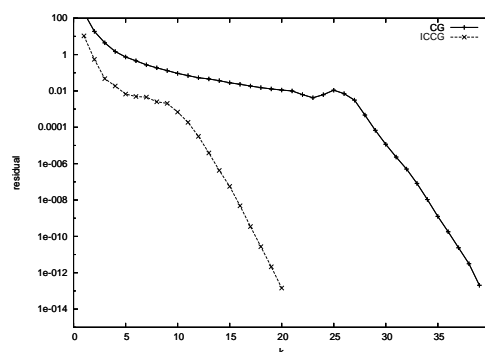
連立一次方程式 ($n = 50$ 次元)

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 0 & 1 & & & & & & \\ 1 & 8 & 1 & 0 & 1 & & & & & \\ 0 & 1 & 8 & 1 & 0 & 1 & & & & \\ 1 & 0 & 1 & 8 & 1 & 0 & 1 & & & \\ & 1 & 0 & 1 & 8 & 1 & 0 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & 0 & 1 & 8 & 1 & 0 & 1 \\ & & & & 1 & 0 & 1 & 8 & 1 & 0 \\ & & & & & 1 & 0 & 1 & 8 & 1 \\ & & & & & & 1 & 0 & 1 & 8 \end{pmatrix} \quad (2)$$

に対して前処理なし共役勾配法, ICCG 法を適用したときの残差 $\|\mathbf{r}_k\|$ の変化を図 1(b) に示す.



(a)



(b)

図 1: (a) 連立一次方程式 (1) に最急降下法 (SD), 共役勾配法 (CG) を適用したときの残差 $\|\mathbf{r}_k\|$ の変化. (b) 連立一次方程式 (2) に前処理なし共役勾配法 (CG), ICCG 法 (ICCG) を適用したときの残差 $\|\mathbf{r}_k\|$ の変化.