

数値計算・プログラミング演習 2 (数値積分)

(担当) 緒方秀教 (e-mail)ogata@im.uec.ac.jp

2019年1月8日 (火)

- 課題 1~ 3 は必須とする. 余力のある者は発展課題 (課題 4) にも取り組むこと.
- 演習の結果をレポートにして 1月 22日 (火) の授業中に提出すること.

課題 1 有限区間積分に対する台形公式

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}f(a) + h \sum_{k=1}^{N-1} f(a+kh) + \frac{h}{2}f(b) \quad \left(h = \frac{b-a}{N} \right)$$

を用いて, 積分

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{2}$$

を近似計算し, 誤差の標本点数 N に対する変化のグラフを描け. なお, プログラムは緒方のホームページから `integral1.c` をダウンロードして使用すること (下記参照).

1. <http://www.uec-ogata-lab.jp/> にアクセスし, 右上の「教育ページ」をクリック.
2. 「2018年度の授業」のところの「(授業) 数値計算 (2018年度)」をクリック.
3. 「1月8日 (火): プログラミング演習 2 数値積分」をクリック.
4. “`integral1.c`” をクリックしてダウンロード.
5. Cプログラムファイルはセキュリティ上の理由から ZIP 圧縮してあるので, 解凍して用いること (コマンド `unzip` で解凍できる).

課題 2 全無限区間積分に対する台形公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx \approx h \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kh) \approx h \sum_{k=-N_-}^{N_+} f(kh)$$

を用いて, 積分

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

を近似計算し, 誤差の標本点数 $N = N_+ + N_- + 1$ に対する変化のグラフを描け. なお, プログラムは緒方のホームページから `integral2.c` をダウンロードして使用すること (課題 1 参照).

課題 3 有限区間積分に対する DE 公式¹

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(\varphi(t))\varphi'(t)dt \approx h \sum_{k=-N_-}^{N_+} f(\varphi(kh))\varphi'(kh),$$
$$\varphi(t) = \tanh(c \sinh t) \quad (c > 0)$$

を用いて，課題 1 の積分の近似値を計算せよ．誤差の標本点数に対する変化のグラフを描き，課題 1 の結果と比較せよ．

課題 4 (発展課題) 端点特異性のある積分

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \pi$$

の近似値を DE 公式を用いて近似計算し，誤差の標本点数に対する変化のグラフを描け．授業で説明した**桁落ち対策**を行うこと．

以上

¹係数 c は理論的には $c = \pi/2$ が最適であることがわかっているが，厳密に定めなくてもさほど影響はない．