

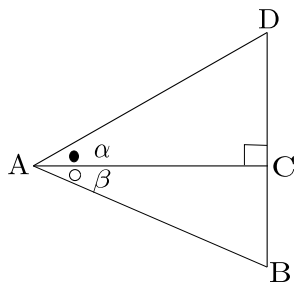
# 三角関数の加法定理，証明できますか？

緒方 秀教

電気通信大学 大学院情報理工学研究科 情報・ネットワーク工学専攻

2021 年 1 月 8 日（金）

# 三角関数の加法定理を証明してみよう



左の図を使って，三角関数の加法定理

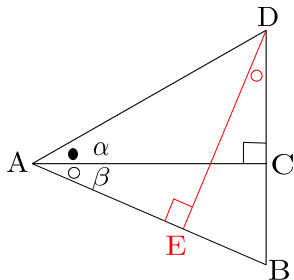
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

を証明してみよう.

# sin の加法定理の証明

図の上で  $\sin(\alpha + \beta)$  をつくるのがコツ.



$$AC = 1.$$

$$DE = AD \sin(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha}.$$

一方,

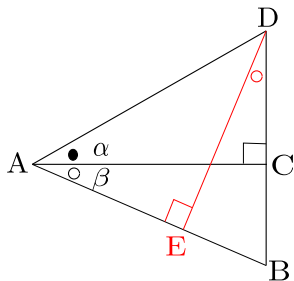
$$\begin{aligned} DE &= BD \cos \beta \\ &= \cos \beta (\tan \alpha + \tan \beta) \end{aligned}$$

であるから,

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta (\tan \alpha + \tan \beta) \\ &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta. \end{aligned}$$

$$\therefore \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta.$$

# cos の加法定理の証明



$$AC = 1.$$

$$AE = AD \cos(\alpha + \beta) = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha}.$$

一方,

$$AE = AB - BE.$$

$$AB = \frac{1}{\cos \beta},$$

$$\begin{aligned} BE &= BD \sin \beta \\ &= \sin \beta (\tan \alpha + \tan \beta), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AE &= \frac{1}{\cos \beta} - \sin \beta (\tan \alpha + \tan \beta) \\ &= \frac{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha}. \end{aligned}$$

$$\therefore \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta.$$